フィルター近似とは　　　　　　　　　　　　　　　　2009 年 2 月 21 日　　目次へ戻る

フィルターの設計法は大別すると、影像パラメーター法と動作パラメーター法に分けられます。動作パラメーター法による伝達関数設計のことを、フィルター近似と呼びます。

動作パラメーター法は、フィルターに要求される特性を決定し、これに近似した関数を求め、ここから回路を構成する方法です。

動作パラメーター法によるフィルターのうち一般的なものは、発明者あるいは近似関数の名前をとって、バタワースフィルター、チェビシェフフィルターなどと呼ばれています。

フィルター近似では、まず低域通過フィルターを考えます。

それ以外のフィルターは周波数変換と言う技術を使って、低域通過フィルターから変換することが出来ます。周波数変換の章を参照下さい。

周波数は生（なま）のものを用いないで、必ずスケーリング（スケーリングの章を参照下さい）を行います。

通過帯域端の角周波数を 1[rad/sec]に正規化します。阻止帯域にも、うねりのあるフィルター設計の場合、通過帯域端角周波数を 1[rad/sec]に出来ない場合があります。その場合は伝達関数設計後にスケーリングを行い、通過帯域端を 1[rad/sec]に持って来ることが出来ます。フィルターの比較をする為必要な技術です。近似の手順は次の様になります。

(1) 「元関数」y＝f(ω)の決定　　　ω：オメガ

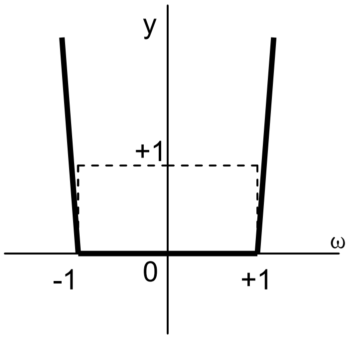
要求されるフィルターの特性を満足する元関数、y＝f(ω)を決めます。

数学では関数を y＝f(x)と表します。つまり横軸 x の値で、縦軸 y の値が決まるものだと思います。x で y を記述したものが関数です。

フィルターの場合、横軸 ω とは正規化した入力角周波数のことであり、縦軸 y とは利得、つまり $\frac{出力}{入力}$ のことです。元関数とは正規化した角周波数 ω で、利得 y を記述した関数のことです。

今考えるべき元関数は、正規化入力角周波数中、ω＝0 から ω＝1 までの通過帯域で y の絶対値が 0 に近く、ω>1 での阻止帯域で y の絶対値が大きな関数です。

元関数は、負の周波数も考えることになっています。グラフで表すと下の様になります。



上のグラフは、あくまでも例です。通過帯域でうねる場合もあるし、阻止帯域でうねる場合もあるし、その両方の場合もあります。

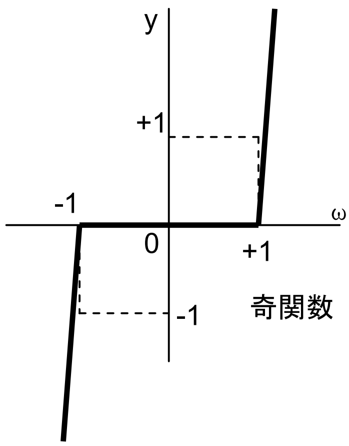
(2)元関数は奇関数か偶関数にする

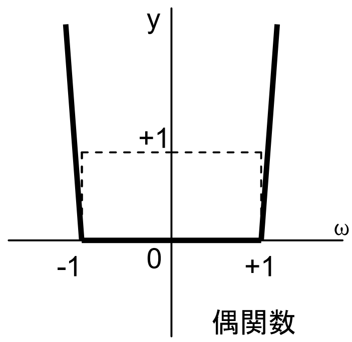
元関数は、

①奇関数、つまり ω を代入した関数の値が、－ω を代入した関数の値と大きさは同じで正負の符号のみ違う関数。

②偶関数、つまり ω を代入した関数の値が、－ω を代入した関数の値と大きさも同じで正負の符号も同じ関数。

であることを要します。何故かは、順次分ると思います。（周波数伝達関数から伝達関数への章などを参照下さい）偶関数、奇関数をグラフで表すと下のようになります。



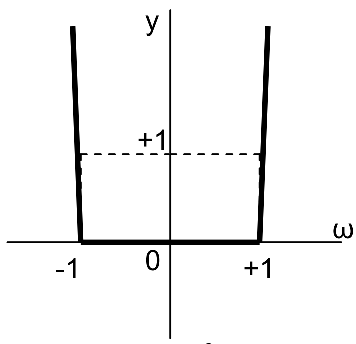


奇関数と偶関数以外の、難しい形の関数は使えないことになっています。

(3)元関数を 2 乗する

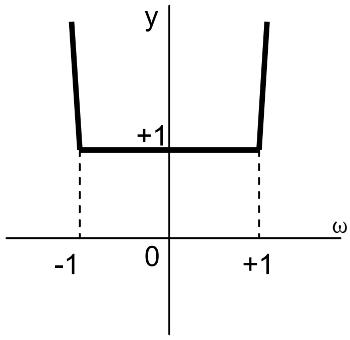
元関数を 2 乗して、奇関数、偶関数共に偶関数に直します。これは伝達関数に直す場合の必然です。これも順次分ると思います。（周波数伝達関数から伝達関数への章など）

また、ω＝1 までの関数値をより 0 に近づけ、ω＞1 の関数値の絶対値を、より大きくする方策でもあります。ω＝1 まではより寝、ω＞1 はより立ちます。



(4) 2 乗元関数＋1

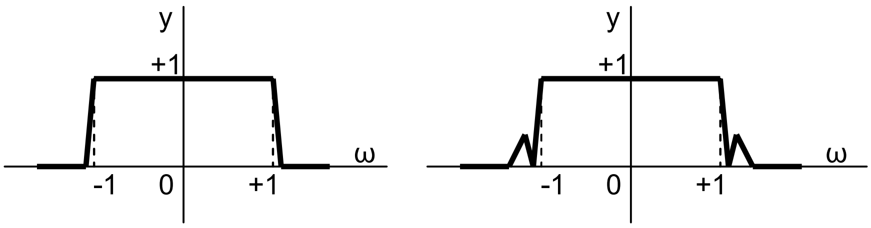
2 乗した元関数に 1 を加えます。これは通過帯域で利得が 0 では困り、入力とほぼ同じ大きさの出力が出なければいけないからです。



(5) 逆数にする

2 乗元関数＋1 を、ひっくり返し逆数にします。ω＞1 の出力を入力よりも小さくする為です。逆数にすると分子が定数になる場合もあるし、分子が多項式になる場合もあります。分子が定数の場合は、阻止帯域では単調に減少します。分子が多項式の場合は、阻止帯域でうねります。

周波数伝達関数の絶対値の 2 乗、略して 2 乗 ω 特が完成しました。



(6) 平方根にする

更にこれを平方根にします。実際の回路では、周波数伝達関数の絶対値の 2 乗の平方根が出力されるからです。つまり周波数伝達関数の絶対値が出来上がります。

周波数伝達関数の絶対値とは、正規化した角周波数 ω で利得を記述した、フィルターの完成回路の関数のことです。

(7)伝達関数に直す

ω に比例した利得は、正弦波を微分して得られます。伝達関数に s があれば、正弦波は微分され、ω 倍されます。同様に s^n があれば、正弦波は n 回微分され、ω^n 倍されます。（s とは何かの章を参照下さい）正規化角周波数 ω で記述された利得、つまり(5)の周波数伝達関数の絶対値の 2 乗を、s の関数である伝達関数に直す作業を行います。

ここでのきまりが、(6)までのことを逆に既定しています。(7)には重要なきまりがあります。このことも順次分ります。（周波数伝達関数から伝達関数への章など参照下さい）

(8)伝達関数の因数分解

伝達関数が高次多項式のままでは回路構成が出来ないので、2 次および 1 次の因数の積に分ける行為です。(7)(8)は同時の場合が多いです。

(9) 構成設計

回路を構成する構成設計に移ります。

ここでもスケーリングの技術が使われます。

近似のしかたには各種あります。本書では代表的な次の 4 つを解説します。括弧内は一般的名称です。

①通過域平坦阻止域無極 [バタワースあるいはワーグナー]
②通過域波状阻止域無極 [チェビチェフ、チェビシェフ、チェビシェーフ等]
③通過域平坦阻止域波状 [逆チェビチ(シ)ェフ、インバースチェビチ(シ)ェフ等]
④通過域波状阻止域波状 [連立チェビチ(シ)ェフ、カウアー等]

各論へ入る前に、近似方法が何故上述の(1)～(9)の様になるのかを説明しなければなりません。順次述べて行きたいと思います。

目次へ戻る