

1、ローパスノッチとは

ローパスノッチとは零点を持つ2次伝達関数のうち、零点の角周波数が ω_0 の角周波数より後ろにある伝達関数のことです。

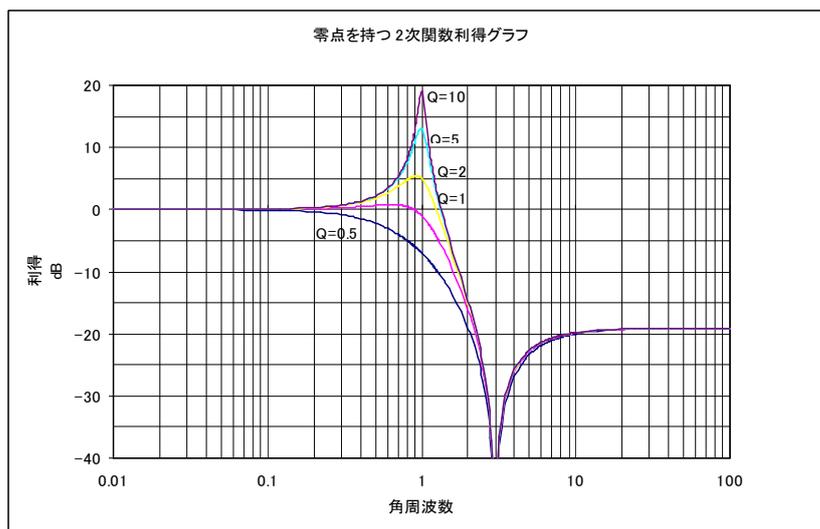


図 1

ω_0 角周波数が 1 [rad/sec]、零点角周波数が 3[rad/sec]の場合の利得グラフを図 1 に示します。

2、伝達関数

「バイカッド回路について」の章で検討しましたが、バイカッド回路のブロック図は、図 2 の通りです。

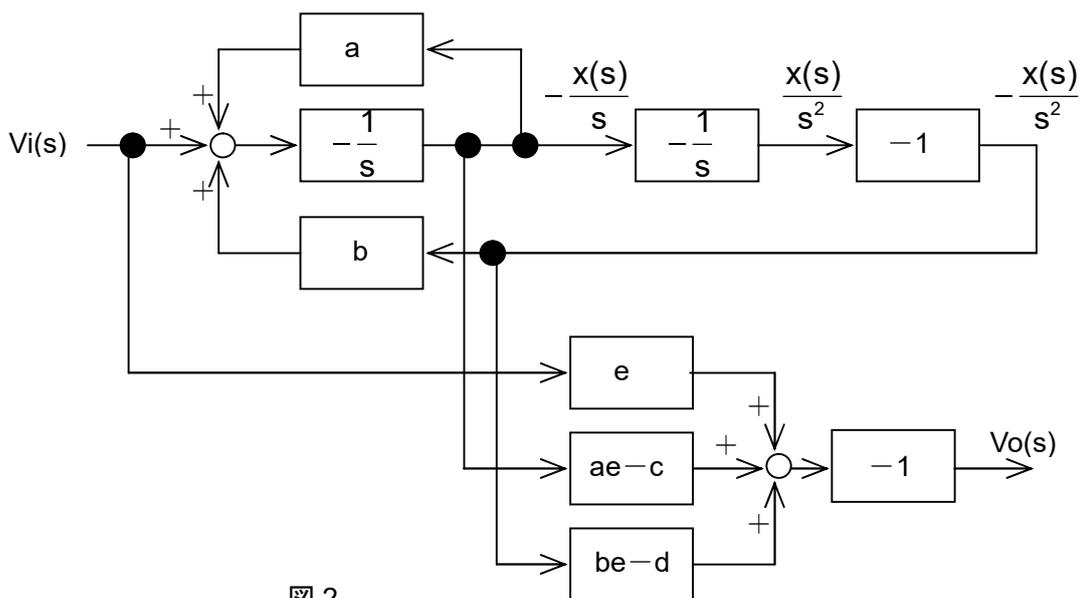


図 2

図 2 は $\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{es^2 + cs + d}{s^2 + as + b}$ という伝達関数を作る時に必要な回路です。ローパスノ

ッチの伝達関数は、 $e=1$ 、 $c=0$ 、 $d>b$ ですから、「バイカッド回路について」の章、⑩式は、

$$\begin{aligned} V_o(s) &= -\left\{ eV_i(s) - (ae - c)\frac{x(s)}{s} - (be - d)\frac{x(s)}{s^2} \right\} \\ &= -\left\{ V_i(s) - a\frac{x(s)}{s} - (b - d)\frac{x(s)}{s^2} \right\} \\ &= -\left[V_i(s) + \left\{ -a\frac{x(s)}{s} \right\} + \left\{ (d - b)\frac{x(s)}{s^2} \right\} \right] \end{aligned}$$

となります。図 2 で左端の $V_i(s)$ と、上段右から 3 番目の信号 $-\frac{x(s)}{s}$ に係数 a がついたもの

と、上段右から 2 番目の信号 $\frac{x(s)}{s^2}$ に係数 $(d-b)$ がついたものとを、最後の加算器へ入力すれば良いことが分ります。

3、実際の回路

ひとまず係数 a と係数 $(d-b)$ は置いておき、実際の回路での伝達関数を調べます。図 3 の通りです。

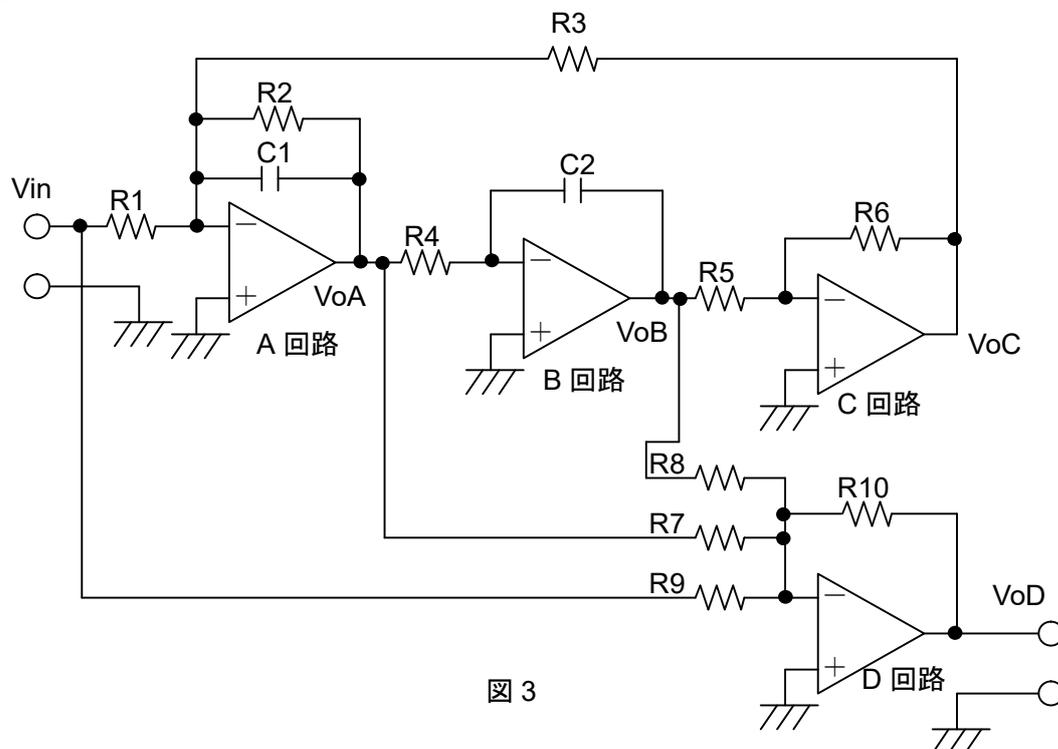


図 3

図3回路の、A回路、B回路、C回路の動作については、低域通過バイカッド回路をご覧ください。D回路の動作については、高域通過バイカッド回路をご覧ください。

図3回路の伝達関数を求めます。Vin 入力から VoD 出力までの伝達関数を求めるのですが、VoD 出力は、Vin と VoA と VoB の反転加算です。すでに Vin から VoA は帯域通過バイカッド回路で求めており、Vin から VoB は同じく非反転低域通過バイカッド回路で求めております。したがって、それぞれの信号を加算した後、反転出力すれば良いのです。

A回路の出力 VoA(s)は、

$$VoA(s) = -Vin(s) \cdot \frac{\frac{1}{C1R1}s}{s^2 + \frac{1}{C1R2}s + \frac{R6}{C1C2R3R4R5}}$$

でした。B回路の出力 VoB(s)は、

$$VoB(s) = Vin(s) \cdot \frac{\frac{1}{C1C2R1R4}}{s^2 + \frac{1}{C1R2}s + \frac{R6}{C1C2R3R4R5}}$$

でした。したがって、VoD(s)は、

$$\begin{aligned} VoD(s) &= -\left\{ \frac{R10}{R9} Vin(s) + \frac{R10}{R7} VoA(s) + \frac{R10}{R8} VoB(s) \right\} \\ &= -\frac{R10}{R9} Vin(s) - \frac{R10}{R7} \cdot \left\{ -Vin(s) \cdot \frac{\frac{1}{C1R1}s}{s^2 + \frac{1}{C1R2}s + \frac{R6}{C1C2R3R4R5}} \right\} \\ &\quad - \frac{R10}{R8} \cdot \left\{ Vin(s) \cdot \frac{\frac{1}{C1C2R1R4}}{s^2 + \frac{1}{C1R2}s + \frac{R6}{C1C2R3R4R5}} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{R_{10}}{R_9} V_{in}(s) + \left\{ \frac{R_{10}}{R_7} V_{in}(s) \cdot \frac{\frac{1}{C_1 R_1} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\} \\
&\quad - \left\{ \frac{R_{10}}{R_8} V_{in}(s) \cdot \frac{\frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_4}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\} \\
&= V_{in}(s) \left\{ -\frac{R_{10}}{R_9} + \frac{\frac{R_{10}}{C_1 R_1 R_7} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\frac{R_{10}}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\} \\
&= V_{in}(s) \left\{ \frac{-\frac{R_{10}}{R_9} \left(s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5} \right)}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\frac{R_{10}}{C_1 R_1 R_7} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} - \frac{\frac{R_{10}}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\} \\
&= V_{in}(s) \left\{ \frac{-\frac{R_{10}}{R_9} \left(s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5} \right)}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\frac{R_{10}}{R_9} \cdot \frac{R_9}{C_1 R_1 R_7} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} - \frac{\frac{R_{10}}{R_9} \cdot \frac{R_9}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -V_{in}(s) \cdot \frac{R_{10}}{R_9} \left(\frac{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\frac{R_9}{C_1 R_1 R_7} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} + \frac{\frac{R_9}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right) \\
&= -V_{in}(s) \cdot \frac{R_{10}}{R_9} \left(\frac{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s - \frac{R_9}{C_1 R_1 R_7} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5} + \frac{R_9}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right) \\
&= -V_{in}(s) \cdot \frac{R_{10}}{R_9} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s - \frac{R_2 R_9}{C_1 R_1 R_2 R_7} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5} + \frac{R_3 R_9}{C_1 C_2 R_1 R_3 R_4 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \\
&= -V_{in}(s) \cdot \frac{R_{10}}{R_9} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} \left(1 - \frac{R_2 R_9}{R_1 R_7} \right) s + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4} \left(\frac{R_6}{R_5} + \frac{R_3 R_9}{R_1 R_8} \right)}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4} \cdot \frac{R_6}{R_5}}
\end{aligned}$$

となります。両辺に $\frac{1}{V_{in}(s)}$ をかけ、 $\frac{V_{oD}(s)}{V_{in}(s)}$ を求めますと、

$$\frac{V_{oD}(s)}{V_{in}(s)} = -\frac{R_{10}}{R_9} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} \left(1 - \frac{R_2 R_9}{R_1 R_7} \right) s + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4} \left(\frac{R_6}{R_5} + \frac{R_3 R_9}{R_1 R_8} \right)}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4} \cdot \frac{R_6}{R_5}} \dots \textcircled{1}$$

となります。これが図 3 回路の伝達関数です。伝達関数の式にこれだけのパラメーターがあるので、係数 a と係数(d-b)を気にせず、現実の伝達関数に十分対応できることを、具体的な素子値決定方法として次に示します。

4、回路の素子値

図3回路の各素子値決定方法について検討します。

2次のローパスノッチ伝達関数は、

$$\frac{H(s^2 + \omega_z^2)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \dots \textcircled{2}$$

です。②式に $s=j\omega=0$ を代入し、角周波数0での利得を求めますと、

$$\left[\frac{H(s^2 + \omega_z^2)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \right]_{s=0} = \frac{H\omega_z^2}{\omega_0^2} = H \cdot \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2}$$

となります。実数の $H \cdot \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2}$ ですから、共役も $H \cdot \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2}$ です。絶対値も $H \cdot \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2}$ です。角周

波数0での利得は $H \cdot \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2}$ になります。Hが1でも角周波数0で $\frac{\omega_z^2}{\omega_0^2}$ という値になります。

図1の様に角周波数0での利得を1にする為には、Hを $\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2}$ という値にする必要があります。

ます。

①式の $R3=R4=R$ 、 $C1=C2=C$ 、 $R5=R6$ とします。すると②式の ω_0^2 は、

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C^2 R^2}$$

となります。

したがって、

$$\omega_0 = \frac{1}{CR}$$

です。 $C1=C2=C$ を先に決めた場合、 $R3=R4=R$ は、

$$R = \frac{1}{\omega_0 C}$$

となります。

②式の $\frac{\omega_0}{Q}$ は、①式の $\frac{1}{C_1 R_2}$ です。 $C_1 = C_2 = C$ ですから、

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C R_2}$$

$$Q = \omega_0 C R_2$$

$$R_2 = \frac{Q}{\omega_0 C} = Q R$$

となります。

②式の分子は $H(s^2 + \omega_z^2)$ です。したがって、①式の分子中 s の 1 次式の係数は 0 にしなくてはなりません。

s の 1 次式の係数、 $\frac{1}{C_1 R_2} \left(1 - \frac{R_2 R_9}{R_1 R_7} \right)$ のカッコ内を 0 にすれば良いです。その為には、すでに R_2 が決定しているので、 $R_7 = R_9 = R_1 = R_2$ にします。

s の 0 次の係数を ω_z^2 にしなければなりません。その為には、すでに、 $R_3 = \frac{1}{\omega_0 C}$ 、 $R_1 = R_9$ 、 $R_5 = R_6$ 、 $\frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4} = \omega_0^2$ が決定しているので、

$$\frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4} \left(\frac{R_6}{R_5} + \frac{R_3 R_9}{R_1 R_8} \right) = \omega_z^2$$

$$\omega_0^2 \left(1 + \frac{R_3}{R_8} \right) = \omega_z^2$$

$$1 + \frac{R_3}{R_8} = \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2}$$

$$\frac{R_3}{R_8} = \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1$$

$$R_8 \left(\frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1 \right) = R_3$$

$$R8 = \frac{R3}{\frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1}$$

となります。

②式の H は、全体の利得を決定します。①式の $\frac{R10}{R9}$ で決めますが、R9 は既に決定しているため R10 で決めます。したがって、

$$H = \frac{R10}{R9}$$

$$R10 = H \cdot R9$$

となります。角周波数 0 での利得を 1 にする為には、H を $\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2}$ という値にする必要がある

のでした。その場合は、

$$R10 = \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} \cdot R9$$

になります。

伝達関数は正規化角周波数で設計するのでした。その伝達関数を使い、回路の各素子値を設計します。その後、周波数スケールリングで実周波数に持って来ます。最後に素子値スケールリングを行い、素子値を実用的な範囲にまとめます。

「スケールリング」の章、「周波数変換」の章もご覧下さい。

[目次へ戻る](#)