

1、伝達関数

「バイカッド回路について」の章で検討しましたが、バイカッド回路のブロック図は、図1の通りです。

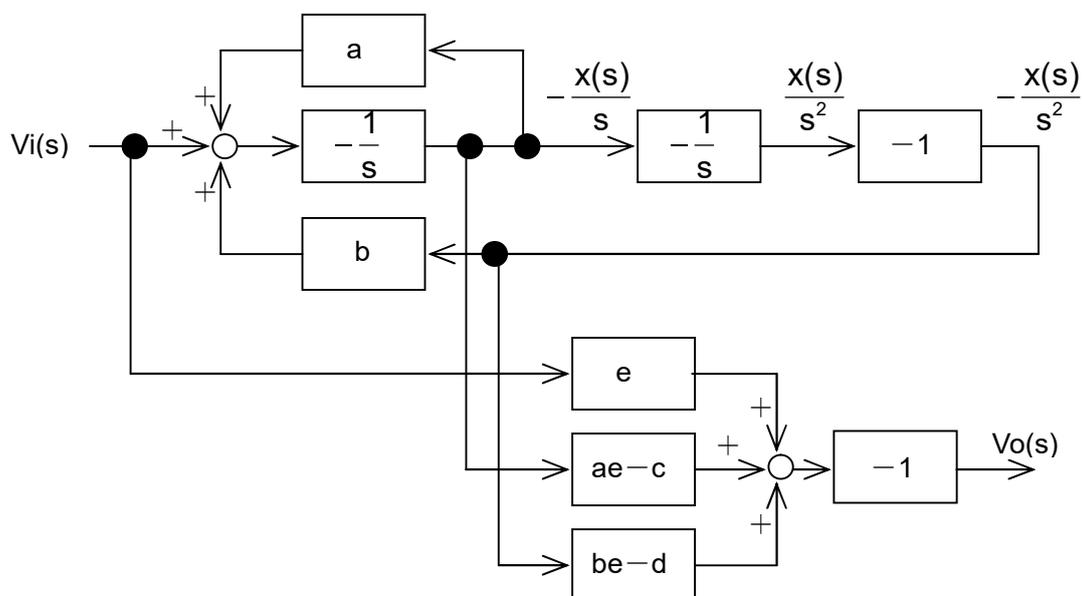


図 1

図 1 は $\frac{Vo(s)}{Vi(s)} = -\frac{es^2 + cs + d}{s^2 + as + b}$ という伝達関数を作る時に必要な回路です。高域通過の

伝達関数は、 $c=0$ 、 $d=0$ 、 $e=1$ です。「バイカッド回路について」の章⑩式は、

$$\begin{aligned} Vo(s) &= -\left\{ eVi(s) - (ae - c)\frac{x(s)}{s} - (be - d)\frac{x(s)}{s^2} \right\} \\ &= -\left\{ Vi(s) - (a - 0)\frac{x(s)}{s} - (b - 0)\frac{x(s)}{s^2} \right\} \\ &= -\left\{ eVi(s) - a\frac{x(s)}{s} - b\frac{x(s)}{s^2} \right\} \\ &= -\left[Vi(s) + \left\{ -a\frac{x(s)}{s} \right\} + \left\{ -b\frac{x(s)}{s^2} \right\} \right] \end{aligned}$$

となります。図1の $Vi(s)$ と、上段右から3番目の信号 $-\frac{x(s)}{s}$ に係数 a がついたものと、上

段右端の信号 $-\frac{x(s)}{s^2}$ に係数 b がついたものを、最後の加算器へ入力すれば良いことが分ります。元の信号から積分成分、つまり低域成分を引き算すれば、残るのは高域成分と言うことです。

2、実際の回路

ひとまず係数 a と係数 b は置いておき、実際の回路での伝達関数を調べます。高域通過のバイカッド回路は、図 2 の通りです。

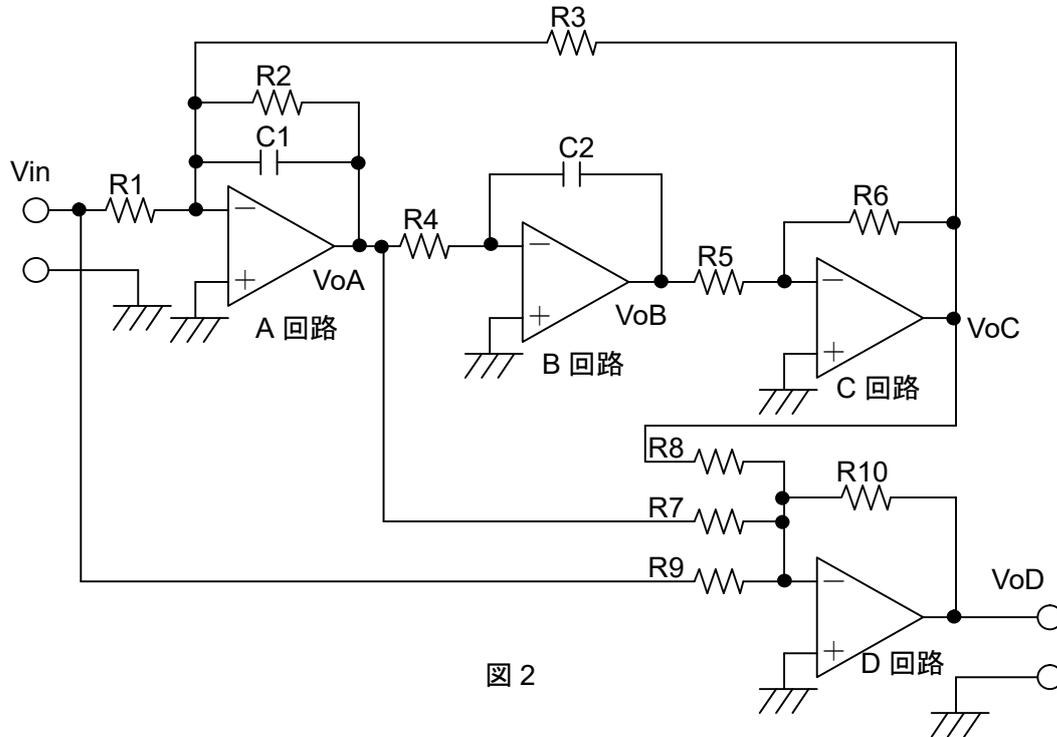
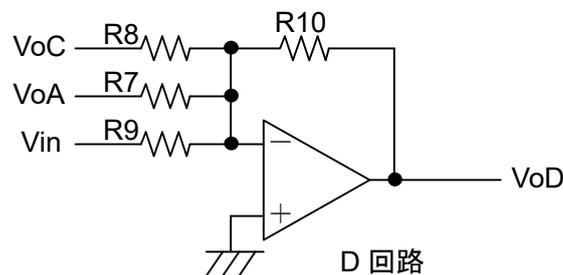


図 2

図 2 回路図中の、A 回路、B 回路、C 回路の動作については、低域通過バイカッド回路をご覧ください。

D 回路の動作を検証します。



反転増幅器の入力が 3 つになりますが、オペアンプの入力に電流が流れ込まないこと、および、イマジナルショートでー入力もアース電位であることが分れば解析は簡単です。

V_{in} から V_{oD} までの出力電圧は、

$$VoD = -\frac{Vin}{R9} \cdot R10$$

となります。VoA から VoD までの出力電圧は、

$$VoD = -\frac{VoA}{R7} \cdot R10$$

となります。VoC から VoD までの出力電圧は、

$$VoD = -\frac{VoC}{R8} \cdot R10$$

となります。

全部が同時に起きますから、Vin による VoD と、VoA による VoD と、VoC による VoD は重ね合わせることが出来、総合的な出力電圧は、

$$\begin{aligned} VoD &= -\frac{Vin}{R9} \cdot R10 + \left(-\frac{VoA}{R7} \cdot R10 \right) + \left(-\frac{VoC}{R8} \cdot R10 \right) \\ &= -\left(\frac{R10}{R9} Vin + \frac{R10}{R7} VoA + \frac{R10}{R8} VoC \right) \end{aligned}$$

となります。上式をラプラス変換しますと、

$$VoD(s) = -\left\{ \frac{R10}{R9} Vin(s) + \frac{R10}{R7} VoA(s) + \frac{R10}{R8} VoC(s) \right\}$$

になります。VoD 出力は、Vin 入力と VoA 入力および VoC 入力の反転加算です。

図 1 回路の伝達関数を求めます。Vin 入力から VoD 出力までの伝達関数を求めるのですが、VoD 出力は、Vin と VoA と VoC の反転加算です。すでに Vin から VoA は帯域通過バイカッドで求めており、Vin から VoC は同じく低域通過バイカッド回路で求めております。

それぞれの信号を反転加算すれば良いです。A 回路の出力 VoA(s)は、

$$VoA(s) = -Vin(s) \cdot \frac{\frac{1}{C1R1}s}{s^2 + \frac{1}{C1R2}s + \frac{R6}{C1C2R3R4R5}}$$

でした。C 回路の出力 VoC(s)は、

$$VoC(s) = -Vin(s) \cdot \frac{\frac{R6}{C1C2R1R4R5}}{s^2 + \frac{1}{C1R2}s + \frac{R6}{C1C2R3R4R5}}$$

でした。したがって、VoD(s)は、

$$\begin{aligned}
V_{oD}(s) &= - \left\{ \frac{R_{10}}{R_9} V_{in}(s) + \frac{R_{10}}{R_7} V_{oA}(s) + \frac{R_{10}}{R_8} V_{oC}(s) \right\} \\
&= - \left[\frac{R_{10}}{R_9} V_{in}(s) + \frac{R_{10}}{R_7} \cdot \left\{ -V_{in}(s) \cdot \frac{\frac{1}{C_1 R_1} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{R_{10}}{R_8} \cdot \left\{ -V_{in}(s) \cdot \frac{\frac{R_6}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_5}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\} \right] \\
&= - \left\{ \frac{R_{10}}{R_9} V_{in}(s) - \frac{R_{10}}{R_7} V_{in}(s) \cdot \frac{\frac{1}{C_1 R_1} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{R_{10}}{R_8} V_{in}(s) \cdot \frac{\frac{R_6}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_5}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\} \\
&= -V_{in}(s) \left\{ \frac{R_{10}}{R_9} - \frac{\frac{R_{10}}{C_1 R_1 R_7} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\frac{R_6 R_{10}}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_5 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\} \\
&= -V_{in}(s) \left\{ \frac{\frac{R_{10}}{R_9} \left(s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5} \right)}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\frac{R_{10}}{C_1 R_1 R_7} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} - \frac{\frac{R_6 R_{10}}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_5 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -V_{in}(s) \left\{ \frac{\frac{R_{10}}{R_9} \left(s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5} \right)}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\frac{R_9}{R_9} \cdot \frac{R_{10}}{C_1 R_1 R_7} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} - \frac{\frac{R_9}{R_9} \cdot \frac{R_6 R_{10}}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_5 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right\} \\
&= -V_{in}(s) \cdot \frac{R_{10}}{R_9} \left(\frac{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\frac{R_9}{C_1 R_1 R_7} s}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} - \frac{\frac{R_6 R_9}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_5 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right) \\
&= -V_{in}(s) \cdot \frac{R_{10}}{R_9} \left(\frac{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s - \frac{R_9}{C_1 R_1 R_7} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5} - \frac{R_6 R_9}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_5 R_8}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \right) \\
&= -V_{in}(s) \cdot \frac{R_{10}}{R_9} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s - \frac{R_2 R_9}{C_1 R_1 R_2 R_7} s + \frac{R_6}{R_5} \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4} - \frac{R_3 R_9}{C_1 C_2 R_1 R_3 R_4 R_8} \right)}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_3 R_4 R_5}} \\
&= -V_{in}(s) \cdot \frac{R_{10}}{R_9} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} \left(1 - \frac{R_2 R_9}{R_1 R_7} \right) s + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4} \left(1 - \frac{R_3 R_9}{R_1 R_8} \right) \cdot \frac{R_6}{R_5}}{s^2 + \frac{1}{C_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4} \cdot \frac{R_6}{R_5}}
\end{aligned}$$

となります。両辺に $\frac{1}{V_{in}(s)}$ をかけ、 $\frac{V_{oD}(s)}{V_{in}(s)}$ を求めますと、

$$\frac{VoD(s)}{Vin(s)} = -\frac{R10}{R9} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{C1R2} \left(1 - \frac{R2R9}{R1R7}\right) s + \frac{1}{C1C2R3R4} \left(1 - \frac{R3R9}{R1R8}\right) \cdot \frac{R6}{R5}}{s^2 + \frac{1}{C1R2} s + \frac{1}{C1C2R3R4} \cdot \frac{R6}{R5}} \dots \textcircled{1}$$

になります。これが図 2 回路の伝達関数です。伝達関数の式にこれだけのパラメーターがあるので、係数 a と係数 b を気にせずに現実の伝達関数に十分対応できることを、具体的な素子値決定方法として次に示します。

3、回路の素子値

回路の各素子値決定方法について検討します。

2 次の高域通過伝達関数は、

$$\frac{Hs^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \dots \textcircled{2}$$

でした。②式で角周波数が極めて大きな領域での利得を考えます。分子分母を s^2 で割り、極限での利得を考えますと、

$$\lim_{s \rightarrow j\infty} \frac{Hs^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \lim_{s \rightarrow j\infty} \frac{H}{1 + \frac{\omega_0}{s} + \frac{1}{s^2}} = H$$

になり、Hであることが分ります。実数の H ですから、共役も H です。絶対値も H です。

共役を求める為 $s = -j\infty$ を代入するまでも無く、②式の ∞ [rad/sec] での利得は H です。

2 次の高域通過伝達関数は、H=1 の時、そのまま高い角周波数領域での利得が 1 になります。図 3 参照下さい。

①式の $R3=R4=R$ 、 $C1=C2=C$ 、 $R5=R6$ とします。すると②式の ω_0^2 は、

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C^2R^2}$$

となります。したがって、

$$\omega_0 = \frac{1}{CR}$$

です。 $C1=C2=C$ を先に決めた場合、 $R3=R4=R$ は、

$$R = \frac{1}{\omega_0 C}$$

となります。

②式の $\frac{\omega_0}{Q}$ は、①式の $\frac{1}{C_1 R_2}$ です。 $C_1 = C_2 = C$ ですから、

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C R_2}$$

$$Q = \omega_0 C R_2$$

$$R_2 = \frac{Q}{\omega_0 C} = Q R$$

となります。

②式の分子は Hs^2 です。したがって、①式の分子中 s の 1 次式の係数と、 s の 0 次式の係数は 0 にしなくてはなりません。それぞれのカッコの中を 0 にします。

1 次式の係数のカッコの中、 $1 - \frac{R_2 R_9}{R_1 R_7}$ を 0 にする為には、すでに R_2 が決定しているので、

$R_7 = R_9 = R_1 = R_2$ にします。

0 次式の係数のカッコの中、 $1 - \frac{R_3 R_9}{R_1 R_8}$ を 0 にする為には、すでに R_3 、 $R_1 = R_9$ が決定して

いるので、 $R_8 = R_3$ にします。

②式の H は、全体の利得を決定します。①式の $\frac{R_{10}}{R_9}$ で決めますが、 R_9 は既に決定しているため R_{10} で決めます。したがって、

$$H = \frac{R_{10}}{R_9}$$

$$R_{10} = H \cdot R_9$$

となります。

3、2 次高域通過伝達関数のグラフ

ω_0 角周波数が 1 [rad/sec] の場合の、2 次高域通過伝達関数利得グラフを図 3 に示します。

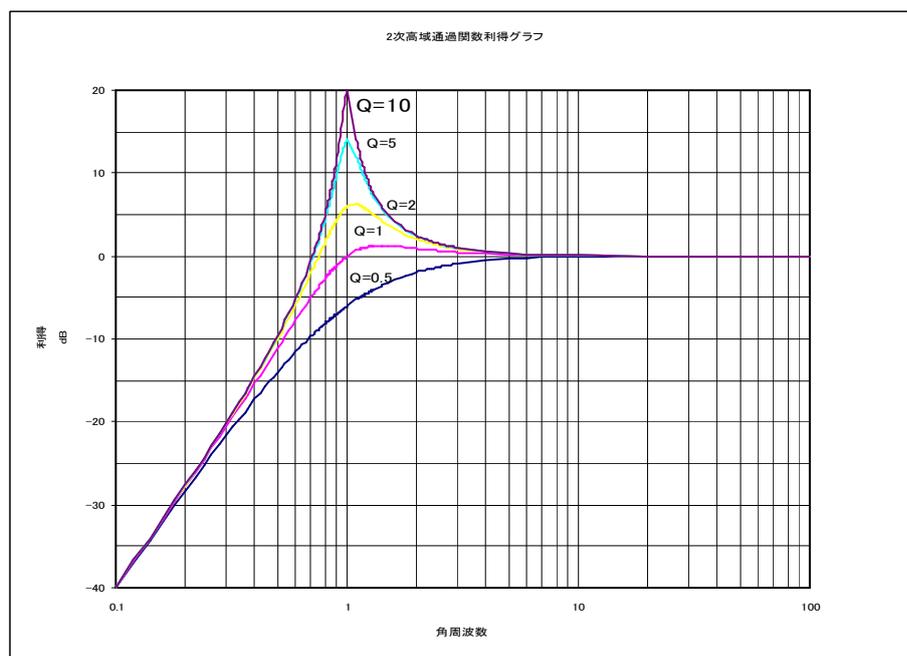


図 3

伝達関数は正規化角周波数で設計するのです。その伝達関数を使い、回路の各素子値を設計します。その後、周波数スケールングで実周波数に持って来ます。最後に素子値スケールングを行い、素子値を実用的な範囲にまとめます。

「スケールング」の章、「周波数変換」の章もご覧下さい。

[目次へ戻る](#)